

**Ex1**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'unité 4 cm.

Partie A:

Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$

- 1) Calculez les limites de  $g$  aux bornes du domaine.
- 2) Dressez le tableau de variation de  $g$ .
- 3) Calculez  $g(1)$ . Déduisez le signe de  $g$ .

Partie B:

On donne  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln x}{2x}$

- 1) Calculez  $f'(x)$  et exprimez  $f'(x)$  en fonction de  $g(x)$ .
- 2) Calculez les limites de  $f$  aux bornes du domaine.
- 3) Calculez  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + \frac{1}{2}x - 1)$
- 4) Déduisez les asymptotes à la courbe (C) représentative de  $f$ .
- 5) Dressez le tableau de variation de  $f$ .
- 6) Quelle est la position de (C) et (d);  $y = -\frac{1}{2}x + 1$ ?
- 7) Tracez (C) et (d).

**Ex2**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'unité 2cm

a) On définit sur  $\mathbb{R}$   $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

- 1) Calculez  $\frac{f(x) + f(-x)}{2}$ . Que peut-on dire du point  $I(0;1)$  par rapport à (C), courbe représentative de  $f$ ?
- 2) Résolvez  $f(x) = 0$ .
- 3) Calculez les limites de  $f$  aux bornes de  $\pm\infty$  et déduisez les asymptotes à (C).
- 4) Calculez  $f'(x)$ . Dressez le tableau de variations de  $f$ .
- 5) Ecrivez l'équation de la tangente (t) à (C) en I.
- 6) Tracez (t) et (C).

b) Démontrez que  $f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1} - 1$  et déterminez  $\int f(x) dx$ .

### Ex3

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x-1 + \frac{2x}{x^2+1}$

- a) Déterminez la limite de  $f$  au voisinage de  $+\infty$
- b) Montrez que la droite (d): $y=x-1$  est asymptote à (C) courbe représentative de  $f$ .
- c) Etudiez la position de (d) et (C).
- d) Montrez que  $I(0;-1)$  est centre de symétrie de (C).
- e) Calculez  $f'(x)$  et dressez le tableau de variations de  $f$ .
- f) Donnez l'équation de la tangente (T) à (C) en  $A(1;1)$ .
- g) Montrez que (C) passe par  $B(-1;-3)$ .
- h) Montrez que (C) coupe l'axe  $x$  en un seul point d'abscisse  $\alpha$  tel que  $0 < \alpha < 1$ .
- i) Placez A et B puis tracez (d) , (T) et (C).