Institution Islamique d'Education et d'Enseignement. Ecoles Al- Mahdi **(Hadath)**	**EN SON NOM**	Département de Mathématiques Année scolaire :2016-2017 Date: Novembre -21 -2016
Sujet: Mathématiques		Note: 20 points
Classe: EB 12 (SV)		Durée: 120 minutes

I- (7 points)

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte. Ecrire le numéro de chaque question et donner, en justifiant, la réponse qui lui correspond.

No	Question	Réponses Proposées		
		A	B	C
1)	Soit z un nombre complexe, si $z = \cos(-\theta) - i\sin(-\theta)$. Alors $\arg\left(\frac{i}{\bar{z}}\right) =$	$\frac{\pi}{2} + \theta$	$\frac{\pi}{2} - \theta$	$3\frac{\pi}{2} + \theta$
2)	Le domaine de définition de $\ln(x^2 - 3x + 2)^2$ est	$]0\,;+\infty[$	$]-\infty;+\infty[$	$]-\infty;1[\cup]1;2[\cup]2;+\infty[$
3)	L'ensemble de solutions de l'inéquation $(\ln x)^2 - 2\ln x < 0$ est :	$[1;e^2]$	$]e^2;+\infty[$	$]1;e^2[$
4)	Si f admet une fonction réciproque g alors : $(f\circ g)'(x) =$	x	1	$f'(x).g'(x)$
5)	Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = x^3 + 3x + 1$ $\left(f^{-1}\right)'(5) =$	$\frac{1}{6}$	6	12
6)	Soit f la fonction définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = (\ln x)^3 + 2x^2$ $f'(x) =$	$\frac{3(\ln x)^2}{x} + 4x$	$\frac{3}{x^3} + 4x$	$\frac{3\ln x}{x^3} + 4x$
7)	L'ensemble des points M d'affixe z telle que $\lvert z-1\rvert = \lvert z+i\rvert$ est la droite d'équation :	y = x	y = x-1	y = -x

II- (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A (1), $B(i\sqrt{3})$, M(z) et M'(z') tel que $z' = \frac{\bar{z} + i\sqrt{3}}{z-1}$ où $z \neq 1$.

1) Détermine le point M tel que $z' = -\bar{z} - i\sqrt{3}$.
2) Interpréter géométriquement $\lvert z-1\rvert$,et vérifier que : $\lvert \bar{z} + i\sqrt{3}\rvert = BM$.
3) Déterminer l'ensemble des points M lorsque M' varie sur un cercle (C) de centre O et de rayon 1.
4) Dans cette partie, soit $z = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$.
   a) Vérifier que $\frac{z - z_A}{z - z_B} = \frac{-1}{3}$, en déduire que A, M et B sont alignés.
   b) Ecrire $\frac{z - z_A}{z}$ sous la forme exponentielle, en déduire que (AM) et (OM) sont perpendiculaires et le triangle OAM est demi-équilatéral.

III- (8 points)

Partie A :

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

1) Calculer g'(x) et dresser le tableau des variations de g
2) Prouver que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique $\alpha \in]2,18 ; 2,2[$.
3) Prouver que : $g(x) < 0$ pour $x < \alpha$.

Partie B :

On considère la fonction f définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) Déterminer les limites de la fonction f aux bornes ouvertes du son domaine de définition, et déduire une asymptote à (C).
2) a) Démontrer que la droite (D) d'équation y = x+2 est une asymptote à (C) en $\pm\infty$.

   b) Etudier la position relative de (C) par rapport à (D).
3) a) Démontrer que $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ et dresser le tableau des variations de f.
4) Prendre $\alpha = 2.19$ et tracer (D) et (C).
5) a) Démontrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} sur] $-\infty$; -1[.

   b) Déterminer le domaine de définition de f^{-1}.

   c) Tracer (C') la courbe représentative de f^{-1} dans un même repère que (C).

   d) Démontrer que l'équation $f^{-1}(x) = f(x)$ n'admet pas de solutions.

   e) Ecrire une équation de la tangente (T) à (C') au point d'abscisse x = 0.

Bon Travail